Differenciálegyenletek Tanszéki Szeminárium

2014. március 6. 10.15, H306

Klasszikus eredmények a Navier-Stokes egyenletek elméletében

Kiss Márton

Tekintsük az

$$u_t - \Delta u + \nabla u \cdot u + \nabla p = f, \tag{1}$$

$$\mathrm{div} u = 0, \tag{2}$$

$$u(0) = u_0 \tag{3}$$

egyenletet $[0,T] \times \mathbb{R}^n$-en vagy $[0,T] \times Q$-n (Q kocka) periodikus peremfeltételekkel.

Ismert, hogy u_0-ra és f-re tett enyhe feltételek mellett létezik gyenge megoldás, kicsit erősebb feltételek esetén pedig van olyan $0 < T^* \leq T$, hogy a $[0,T^*)$ intervallumon egy ún. erős megoldás is létezik. Az erős megoldás sima, ha u_0 és f sima, és amíg létezik ($[0,T^*)$-on), addig a gyenge megoldás egyértelmű. Az erős megoldás kielégíti az

$$\frac{1}{2}\int_\Omega |u(T)|^2 + \int_0^T \int_\Omega |\nabla u|^2 = \frac{1}{2}\int_\Omega |u(0)|^2 + \int_0^T \langle f, u \rangle \tag{4}$$

energia egyenlőséget, míg gyenge megoldásokra ez nem ismert.

Az előadásban definiáljuk az itt szereplő fogalmakat, kimondjuk, és részben bizonyítjuk az állításokat.