Bevezetés a közgazdaságtanban, 2. zárthelyi:
2010. május 5. szerda, H46, 12.15–13.45

Egymondatos kérdések (5-5 pont)

(Ne a definíciót adja meg, hanem a kérdésre válaszoljon!))

a) Mi a különbség a felosztó-kirovó és a tőkésített nyugdíjrendszer között? Magyarországon melyik típus működik?

b) Miért rossz a túl erős, illetve a túl gyenge forint? Hogyan befolyásolja az MNB a forintárfolyamot?

c) Mit tud a piaci egyensúly? Miért nem működik jól a piaci mechanizmus az egszségügyben?

d) Miért nem lehetett az 1990-es évek átmeneti gazdaságaira alkalmazni a keynesi keresletbővítési politikát? Miért lehet most ezt az eszközt alkalmazni Csehországban és miért nem lehet nálunk?

e) 2002–2007 között az elmaradottabb Szlovákia növekedési üteme több százalékponttal nagyobb volt, mint a fejlettebb Ausztriáé. Utoléri-e Szlovákia Ausztriát?

f) Az öttusában minden számban megállapítják a normális teljesítményt, amiért 1000 pont jár. Lehet-e igazságosan megállapítani e normákat? (Condorcet–Arrow paradoxon)

Feladatok

1. feladat. (15 pont.) A külső adósságdinamikát a következő azonosság írja le:

$$D_t = r_t D_{t-1} + M_t - X_t,$$

ahol D_t az évvégi adósságállomány, r_t a kamattényező, M_t az importvolumen, X_t az exportvolumen.

a) Elemezze a dinamikát a következő relatív változókkal és paraméterekkel:

$$d_t = \frac{D_t}{X_t}, \quad m_t = \frac{M_t}{X_t}, \quad X_t = \xi_t X_{t-1}, \quad \rho_t = \frac{r_t}{\xi_t},$$

ahol d_t adósság-export arány, m_t a fedezeti arány, ξ_t az exportvolumen növekedési tényezője és ρ_t relatív kamattényező.

b) Határozza meg az állandó paraméterű rendszer d^o stacionárius állapotát (r_t, ξ_t és m_t állandó)!

c) Számítsuk ki numerikusan a stacionárius állapotot, ha $r = 1{,}01$; $\xi = 1{,}06$ és $m = 1{,}1$.

2. feladat. (20 pont.) Tekintsünk egy 3-nemzedékes népességet, amelynek tagjai egyaránt a 3. időszak végén halnak meg. Legyen a népesség egy időszakra vonatkozó növekedési együtthatója ν. a) Írjuk fel a népesség korosztályi dinamikáját, ha K_t, M_t és P_t jelöli a gyerekek, a dolgozók és a nyugdíjasok számát.

b) Legyen a *teljes függőségi hányados* $\alpha_t = (K_t + P_t)/M_t$. Igazoljuk, hogy e mutató értéke független t-től, és a népességszám csökkenő függvénye, ha a népesség csökken.

3. feladat. (20 pont.) a) Oldja meg a $\int_0^2 [4x^2 + \dot{x}^2]\, dt \to \min$ variációszámítási feladatot az $x(0) = 1$, $x(2) = 0$ határfeltételekkel!

b) Honnan tudja, hogy lokális minimumot kapott?

4. feladat. (15 pont.) Egy fogyasztó két időszakig él: az i-edik időszakban a keresete W_i, fogyasztása C_i, $i = 0, 1$; időszakos kamattényezője ρ.

a) Írjuk fel a kereset és a fogyasztás jelenértékének azonosságát!

b) Legyen a fogyasztó célfüggvénye $\min(C_0, C_1)$. Határozza meg az optimális fogyasztási pályát!

c) Mekkora a fiatalkori megtakarítás és mikor pozitív?

MEGOLDÁSOK

Válaszok

a) A felosztó-kirovó nyugdíjrendszerben a mindenkori nyugdíjakat a mindenkori dolgozók járulékaiból fedezik. A tőkésített rendszerben minden nyugdíjas a korábban befizetett járulékaiból származó életjáradékot kapja. Magyarországon a kettő kombinációja működik.

b) A túl erős forint esetében az import agyonüti az exportot; a túl gyenge forint esetében a kialakuló belső áruhiány inflációhoz vezet. Az MNB a kamatláb-csökkentéssel gyengíti az árfolyamot, kamatláb-növeléssel pedig erősíti.

c) Központi tervezés nélkül összehangolja a termelők és a fogyasztók közti csere-folyamatokat. Az egészségügyben erkölcsi okok és a közérdek miatt a fizetőképtelen betegek keresletét is valamennyire ki kell elégíteni, elosztásra van szükség.

d) Mert nem az aggregált kereslettel volt baj, hanem a kínálat szerkezetével. Csehországban a jó időkben takarékoskodott az állam a rossz időkre, nálunk nem.

e) Nem biztos, mert előbb-utóbb kimerülnek a gyors növekedés forrásai.

f) Nem lehet, mert egyik versenyzőnek az egyik szám fekszik, a másiknak a másik.

Megoldások

1. feladat. a) Osszuk el az azonosság két oldalát $X_t = \xi_t X_{t-1}$-gyel:

$$\frac{D_t}{X_t} = r_t \frac{D_{t-1}}{\xi_t X_{t-1}} + \frac{M_t}{X_t} - 1 = \frac{r_t}{\xi_t}\frac{D_{t-1}}{X_{t-1}} + \frac{M_t}{X_t} - 1.$$

Felhasználva jelöléseinket:

$$d_t = \rho_t d_{t-1} + m_t - 1.$$

b)

$$d^{\mathrm{o}} = \rho d^{\mathrm{o}} + m - 1, \qquad \text{azaz} \qquad d^{\mathrm{o}} = \frac{m-1}{1-\rho}.$$

c) $m = 1{,}1$; $\rho = r/\xi = 1{,}01/1{,}06$ miatt $d^{\mathrm{o}} = 0{,}1/(1-0{,}953) = 2{,}1$.

2. feladat. a) Definíció szerint $M_t = \nu P_t$, és $K_t = \nu M_t = \nu^2 P_t$. Legyen $P_0 = 1$, ekkor $P_t = \nu^t$, $M_t = \nu^{t+1}$ és $K_t = \nu^{t+2}$. Tehát az arányok $\nu^2 : \nu : 1$.

b)

$$\alpha_t = \frac{K_t + P_t}{M_t} = \frac{\nu^{t+2} + \nu^t}{\nu^{t+1}} = \nu + \frac{1}{\nu}.$$

Deriválva ν szerint:

$$\alpha'(\nu) = 1 - \frac{1}{\nu^2} < 0, \qquad \text{ha} \qquad \nu < 1.$$

3. feladat. a) $f(t,x,\dot{x}) = 4x^2 + \dot{x}^2$. Euler–Lagrange d.e. bal oldala: $f'_{\dot{x}}(t,x,\dot{x}) = 2\dot{x}$. Idő szerint deriválva: $2\ddot{x}$. Jobb oldala: $f'_x(t,x,\dot{x}) = 4 \cdot 2x$, innen $\ddot{x} = 4x$. Sajátértékek: $\lambda_{1,2} = \pm 2$, általános megoldás: $x(t) = \xi_1 e^{2t} + \xi_2 e^{-2t}$. Kezdeti feltételek: $\xi_1 + \xi_2$ és $x(2) = \xi_1 e^4 + \xi_2 e^{-4}$, stb.

b) Mert konvex célfüggvény esetén minimum adódik.

4. feladat. a)

$$C_0 + C_1/\rho = W_0 + W_1/\rho, \qquad \text{azaz} \qquad \rho C_0 + C_1 = \rho W_0 + W_1.$$

b) Ekkor az optimumban a két fogyasztás megegyezik: $C_0 = C_1$. Behelyettesítve:

$$\rho C_0 + C_0 = \rho W_0 + W_1, \qquad \text{azaz} \qquad C_0 = \frac{\rho W_0 + W_1}{\rho + 1}.$$

c)

$$S_0 = W_0 - C_0 = \frac{\rho W_0 + W_0 - \rho W_0 - W_1}{\rho + 1} = \frac{W_0 - W_1}{\rho + 1} > 0$$

akkor és csak akkor, ha $W_0 > W_1$.